

---

# „Elementare Differentialgeometrie (nicht nur) für Informatiker“

<https://www.springer.com/de/book/9783662604625>

## Errata

Letzte Aktualisierung: **26. Januar 2025**.

Die aktuellste Version dieses Dokuments finden Sie unter <https://weitz.de/EDG/>.

Wenn Sie weitere Fehler finden (und seien es auch nur „kleinere“ Tippfehler), dann schicken Sie mir bitte eine Mail an [edmund.weitz@haw-hamburg.de](mailto:edmund.weitz@haw-hamburg.de).

Für Hinweise auf Tipp-, Rechen- und Denkfehler danke ich Jörg Balzer, Joshua Ewens, Simon Hoyos Cadavid, Mario Keller, Andreas Köhler, Tobias Öhrlich, Hendrik Pietrzyk, Dr. Holger Pschichholz, Marisol Reckenwald, Nikolai Reinke, Thomas Schneider und Britta Walter.

## Inhaltliche Fehler

- **Seite 37, Mitte:** Da steht an einer Stelle  $\cos(t^2 + 2)$ , wo eigentlich  $\cos(t^2 + t)$  stehen müsste. In der folgenden Rechnung stimmt es dann aber wieder.
- **Seite 38, unten:** Der vorletzte Satz muss lauten: „Die Norm der Ableitung von  $\alpha$  ist immer 1.“
- **Seite 40, Mitte:** Der Funktionsaufruf muss so aussehen:

```
// am Ende von draw:  
drawCurve(a, 1, 1+k*7);
```

- **Seite 41, oben:** Entsprechend muss die letzte Zeile hier auch geändert werden:

```
drawCurve(t => [a(t)[0], a(t)[1]+0.2], 1, 1+k*7);
```

- **Seite 81 (Projekt P12):** Beim zweiten Spiegelstrich oben wird nicht der kleinste umschließende Kreis berechnet, sondern der, auf dem die drei Punkte liegen. Um den geht es aber auch. Entsprechend muss bei Punkt (i) weiter unten ein (möglichst kleiner) Kreis berechnet werden, auf dem die Punkte aus  $R$  liegen. Dafür sind die vorher definierten Hilfsfunktionen gedacht.
- **Seite 86, links unten:** Die Illustration (Porträt von Heinz Hopf) verdeckt einen QR-Code. (In einem Teil der Druckausgabe sieht man hier leider einen dünnen schwarzen Streifen am Rand.) Die fehlende URL ist <https://weitz.de/v/hopf>.
- **Seite 97:** Hinter Aufgabe 99 sollte es so weitergehen: „Wendet man von Aufgabe 99 Teil (i) auf  $b_\alpha$  und Teil (ii) auf  $\alpha'$  und  $b_\alpha$  an, so erhält man ...“
- **Seite 102, Fußnote 9:** Die Story über das „versehentlich“ gelöste Problem wurde schon oft erzählt, scheint aber leider nicht wahr zu sein. Mehr dazu [hier](#).
- **Seite 118, Mitte:** Die vom Computer zurückgegebenen Ergebnisse sind:

$$\frac{\partial x^2 y}{\partial x}(x, y) = 2xy \quad \text{und} \quad \frac{\partial x^2 y}{\partial y}(x, y) = x^2$$

- **Seite 128:** Der Code enthält eine falsche Zeile. Richtig ist es so:

```
function drawSurface (f, u1, u2, v1, v2, nu=30, nv=30) {  
  let step = (u2 - u1) / nu;  
  for (let u = u1; u <= 1.001*u2; u += step)  
    drawCurve(v => f(u,v), v1, v2);  
  step = (v2 - v1) / nv;
```

```

for (let v = v1; v <= 1.001*v2; v += step)
  drawCurve(u => f(u,v), u1, u2);          // die korrigierte Zeile
}

```

- **Seite 153:** In der Formel hinter (12.4) fehlt ein Exponent. Richtig ist es so:

$$ds = \sqrt{E \cdot \alpha_1'(t)^2 + 2F \cdot \alpha_1'(t)\alpha_2'(t) + G \cdot \alpha_2'(t)^2} \cdot dt$$

- **Seite 154:** Und in (12.5) gibt es denselben Fehler. Korrektur:

$$ds^2 = E(u, v) \cdot d\delta_1^2 + 2F(u, v) \cdot d\delta_1 d\delta_2 + G(u, v) \cdot d\delta_2^2$$

- **Seite 156:** In der Formel (12.7) muss statt  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{p}$  natürlich  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  stehen.
- **Seite 179, erster Spiegelstrich:** Es geht natürlich um eine lokale Isometrie  $\varphi$  (und nicht  $\mathbf{p}$ ).
- **Seite 189, unten:**  $\kappa_{\gamma, n}(t) = -\delta_1'(t)^2 = 0$ . (Ohne das Minuszeichen ist es zwar nicht falsch, weil ja ohnehin null herauskommt, aber didaktisch ist das so sinnvoller.)
- **Seite 206, Lösung 36:** Die richtige Definition von  $\varphi$  sieht so aus:

$$\varphi: \begin{cases} [0, B] \rightarrow [0, 2\pi] \\ t \mapsto t^2 + t \end{cases}$$

Die angegebene Umkehrfunktion passt dann auch dazu.

- **Seite 207, Lösung 41:** Da hatte ich offenbar mal eine ganz anderen Kurve im Sinn. Die richtige Lösung sieht so aus:

Man berechnet Anfangs- und Endpunkt von  $\alpha$ , also  $\alpha(0) = (-29/10, -97/20)$  und  $\alpha(8) = (17/5, 23/5)$ . Deren Verbindungsstrecke lässt sich bekanntlich so parametrisieren:

$$\gamma(t) = (1-t) \cdot \begin{pmatrix} -29/10 \\ -97/20 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 17/5 \\ 23/5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (63t-29)/10 \\ (189t-97)/20 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Dabei durchläuft  $t$  das Intervall  $[0, 1]$ , und zwar bereits mit gleichmäßigem Tempo, aber nicht mit dem gewünschten Tempo 1.

Der Abstand von Anfangs- und Endpunkt ist  $d = 63\sqrt{13}/20$ . Um aus  $\gamma$  eine nach Bogenlänge parametrisierte Kurve zu machen, muss der Parameter das Intervall  $[0, d]$  durchlaufen. Dafür ersetzen wir  $t$  in (A.1) durch  $t/d$ . Das ergibt dann die Gleichung, die wir für  $\beta$  schon ermittelt hatten.

- **Seite 210, Lösung 54:** Bei der Weglänge wurde ein Term im Zähler vergessen. Korrekt ist:

$$s_{\alpha,0}(s) = \int_0^s \sqrt{4t^2 + 9t^4} dt = \frac{(4 + 9s^2)^{3/2} - 8}{27}$$

- **Seite 215, Lösung 83:** Man ersetze den zweiten und dritten Satz der Lösung durch diese beiden:

Man kann also z.B. erreichen, dass für ein vorgegebenes  $\epsilon > 0$  immer  $|r_i(h)| < \epsilon/\sqrt{2}$  gilt, wenn  $|h|$  klein genug ist. Offenbar gilt aber auch:

$$\tau(t_0 + h) = \begin{pmatrix} \alpha_1(t_0) \\ \alpha_2(t_0) \end{pmatrix} + h \cdot \begin{pmatrix} \alpha_1'(t_0) \\ \alpha_2'(t_0) \end{pmatrix}$$

- **Seite 217, Lösung 86:** Hier habe ich durchgehend  $t_2$  und  $t_3$  vertauscht.
- **Seite 227, Lösung 142:** Es geht um die Verbindung der Punkte  $(-1, 0, 0)$  und  $(1, 0, 0)$ .

- **Seite 230, Lösung 147:** Bei der Berechnung des Kreuzproduktes hat sich ein Fehler eingeschlichen. Korrekt müsste es so aussehen:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_u(u, v) \times \mathbf{f}_v(u, v) &= \begin{pmatrix} -\cos u \sin^2 v \\ -\sin u \sin^2 v \\ -\sin^2 u \sin v \cos v - \cos^2 u \sin v \cos v \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\cos u \sin^2 v \\ -\sin u \sin^2 v \\ -\sin v \cos v \end{pmatrix} = -\sin v \cdot \mathbf{f}(u, v) \end{aligned}$$

- **Seite 220, Lösung 104:** Man ersetze die letzten Zeilen der Rechnung durch diese:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}'''(t) &= (\boldsymbol{\alpha}''(t))' = (\kappa_{\boldsymbol{\alpha}}(t) \cdot \mathbf{n}_{\boldsymbol{\alpha}}(t))' = \kappa'_{\boldsymbol{\alpha}}(t) \cdot \mathbf{n}_{\boldsymbol{\alpha}}(t) + \kappa_{\boldsymbol{\alpha}}(t) \cdot \mathbf{n}'_{\boldsymbol{\alpha}}(t) \\ (\boldsymbol{\alpha}'(t) \times \boldsymbol{\alpha}''(t)) \cdot \boldsymbol{\alpha}'''(t) &= (\kappa_{\boldsymbol{\alpha}}(t) \cdot \mathbf{b}_{\boldsymbol{\alpha}}(t)) \cdot (\kappa'_{\boldsymbol{\alpha}}(t) \cdot \mathbf{n}_{\boldsymbol{\alpha}}(t) + \kappa_{\boldsymbol{\alpha}}(t) \cdot \mathbf{n}'_{\boldsymbol{\alpha}}(t)) \\ &\stackrel{(+)}{=} (\kappa_{\boldsymbol{\alpha}}(t) \cdot \mathbf{b}_{\boldsymbol{\alpha}}(t)) \cdot (\kappa_{\boldsymbol{\alpha}}(t) \cdot \mathbf{n}'_{\boldsymbol{\alpha}}(t)) \\ &= -\kappa_{\boldsymbol{\alpha}}(t)^2 \cdot (\mathbf{b}'_{\boldsymbol{\alpha}}(t) \cdot \mathbf{n}_{\boldsymbol{\alpha}}(t)) = \kappa_{\boldsymbol{\alpha}}(t)^2 \cdot \tau_{\boldsymbol{\alpha}}(t) \end{aligned}$$

Bei (+) können wir den einen Summanden ignorieren, weil  $\mathbf{n}_{\boldsymbol{\alpha}}(t)$  senkrecht auf  $\mathbf{b}_{\boldsymbol{\alpha}}(t)$  steht.

## Orthographie, Interpunktion, etc.

- **Seite VII, unten:** Statt „Natürliche“ sollte es „Natürlich“ heißen.
- **Seite 2, Mitte:** Ein Leser hat mich überzeugt, dass es „in gewissem Sinne“ statt „im gewissen Sinne“ heißen sollte. Kommt auch noch an anderen Stellen im Buch vor.
- **Seite 15, zweite Zeile:** „von einer Teilmenge der reellen Zahlen“
- **Seite 15, Fußnote 5:** Da habe ich einmal *dass* und *das* vertauscht.
- **Seite 55, neben dem QR-Code:** „die in (4.4) auftretenden Funktionen“
- **Seite 64, letzter Absatz:** Hinter „besagt“ fehlt ein Komma.
- **Seite 110, unten:** Ein „ist“ hätte gereicht.
- **Seite 124, Fußnote 11:** Hinter „besagt“ fehlt ein Komma.
- **Seite 162, Aufgabe 144:** „Fundamentalform“ statt „Fundamentalformen“.
- **Seite 168, vorletzte Zeile:** Nach einer zweiten Umrundung wären Sie ...
- **Seite 175, Fußnote 3:** „damit das Ganze anschaulich bleibt“
- **Seite 199, über Abbildung 16.3:** Dort muss „dass“ statt „das“ stehen.
- **Seite 203, Fußnote 2:** Es muss „wird“ statt „wir“ heißen.