„Fünf unlösbare Rätsel der Mathematik“

https://www.rowohlt.de/buch/edmund-weitz-fuenf-unloesbare-raetsel-der-mathematik-9783499014260

Errata

Letzte Aktualisierung: **23. April 2025**.
Die aktuellste Version dieses Dokuments finden Sie unter https://weitz.de/5UR/.

Wenn Sie weitere Fehler finden (und seien es auch nur „kleinere“ Tippfehler), dann schicken Sie mir bitte eine Mail an edmund.weitz@haw-hamburg.de.

Für Hinweise auf Fehler danke ich Patrick Pelkmann, Erwalt Philipp und Andy Ruf.

- **E-Book**: In der digitalen Version sehen viele mathematische Formeln gelinde gesagt sehr seltsam aus. Teilweise stehen sie sogar scheinbar an der falschen Stelle. Das ist leider ein prinzipielles Problem des weitverbreiteten EPUB-Formats und kein spezifischer Fehler dieses Buchs. Ich empfehle den Kauf der Papierversion. Eine Ausgabe als PDF, in der solche Probleme nicht auftreten würden, ist aktuell vom Verlag nicht geplant.
- **E-Book, Kapitel 6, Kasten „Ein Genie in der Schule“**: Dort steht (Stand April 2025) an zwei Stellen „L“, wo eigentlich Auslassungspunkte stehen sollten.
- **Seite 16, Mitte:** Kein Fehler, aber da ich deswegen schon mehrere Mails bekommen habe: In dem Ausdruck $a \cdot a \cdot a = a^3$ gibt es zwar *drei* Faktoren, aber es wird nur *zweimal* multipliziert – zählen Sie einfach die Multiplikationspunkte …
- **Seite 29, Mitte:** Um Missverständnisse auszuschließen: „Dieser Kreis schneidet beide Schenkel des Winkels in *je* einem Punkt.“
- **Seite 88, Mitte:** Das soll natürlich „17, *257* und 65537“ heißen.
- **Seite 90:** Kein Fehler, aber für die bessere Lesbarkeit, könnte man ein Komma einfügen: „Wie bereits erwähnt, war die Zeit noch nicht reif […]“
- **Seite 105:** Die abgesetzte Gleichung kann man etwas kürzer auch mit weniger Klammern als

  $$y^3 + (b - a^2/3)y + 2a^3/27 - ab/3 + c = 0$$

  schreiben. Das ist mir zwar noch rechtzeitig aufgefallen, aber ich wollte nicht riskieren, dass die Formel im Satz eventuell „verschlimmbessert“ wird.
- **Seite 132, Mitte letzter Absatz:** […] wir nun, *dass* wir jede beliebige […]
- **Seite 182:** *Bierseidelbeispiel* (ohne den überflüssigen Buchstaben) ist offenbar ein schwieriges Wort.
- **Seite 200, im Kasten:** Es sind *riemannsche* Mannigfaltigkeiten – ohne Apostroph.
- **Seite 208, Ende erster Absatz:** […] das Problem, *dass* man diesen nicht […]

Ergänzung zur Winkeldreiteilung

Im Kasten auf **Seite 64** hatte ich geschrieben, dass für die Gleichung $8x^3-6x-1=0$ bis auf „ein bisschen mehr Rechnerei“ dieselbe Argumentation wie bei der Würfelverdoppelung angewendet werden könne. Ein Leser bat mich, das etwas genauer auszuführen, was ich hiermit gerne mache.

Zunächst muss man sich überzeugen, dass es keine rationale Lösung gibt. Dafür nimmt man an, es gäbe teilerfremde ganze Zahlen a und b, $b \neq 0$, so dass der Bruch a/b die Gleichung löst. Einsetzen dieses Bruchs in die Gleichung und Umformung liefert $a(8a^2-6b^2)=b^3$, woraus folgt, dass a ein Teiler von b^3 sein muss. Da a und b teilerfremd sein sollen, kann a nur einen der Werte 1 oder -1 haben. Setzt man das wiederum in die umgeformte Gleichung ein, so ergibt sich $8=b^2(\pm b+6)$, woran man erkennt, dass b^2 Teiler von 8 ist und b daher nur einen der Werte 1, 2, -1 oder -2 annehmen kann. Keiner dieser Werte löst jedoch die Gleichung. $8x^3-6x-1$ hat also keine rationale Nullstelle.

Nun setzen wir exemplarisch $a+b\sqrt{6}$ mit rationalen Zahlen a und b in die Gleichung ein. Wir erhalten

$$(\underbrace{144ab^2+8a^3-6a-1}_{c})+(\underbrace{48b^3+24a^2b-6b}_{d})\sqrt{6}=0$$

mit rationalen Zahlen c und d. Mit demselben Argument wie im Buch folgt, dass d und c verschwinden. Und analog liefert Einsetzen von $a-b\sqrt{6}$ den Term $c-d\sqrt{6}=0$, so dass auch $a-b\sqrt{6}$ die Gleichung löst, wenn $a+b\sqrt{6}$ sie löst.

Nehmen wir nun an, dass $a+b\sqrt{6}$ und $a-b\sqrt{6}$ verschieden sind, so muss das Polynom $8x^3-6x-1$ folgendermaßen in Linearfaktoren (Seite 114 im Buch) zerfallen:

$$8x^3-6x-1=8(x-a-b\sqrt{6})(x-a+b\sqrt{6})(x-p).$$

Dabei ist p die dritte Nullstelle. Ausmultiplizieren liefert

$$8x^3-6x-1=8x^3-8(2a+p)x^2+8(a^2-6b^2+2ap)x+8(6b^2p-a^2p).$$

Der Vergleich der Koeffizienten impliziert jedoch $2a+p=0$, woraus folgt, dass p rational ist. Da wir das bereits ausgeschlossen haben, können $a+b\sqrt{6}$ und $a-b\sqrt{6}$ nicht verschieden sein.

Der Rest des Beweises kann nun unverändert übernommen werden.

Ergänzung zum „Hütchenspieltrick“

Wie man an der Grafik auf Seite 137 sieht und wie auch im Kasten daneben erläutert wird, wird die Permutation in Teile zerlegt, die jeweils aus zwei Kreuzungen bestehen. Ich wollte an dieser Stelle auf weitere Fachbegriffe verzichten und habe das „Doppelvertauschungen“ genannt. Da dass einem Leser aber nicht klar genug war, weise ich vorsichtshalber darauf hin, dass es hierbei um sogenannte *Fehlstände* geht. Bei fünf Elementen gibt es genau neun Permutationen mit zwei Fehlständen. Ausführlich wird das in diesem Video erläutert.

Hamburg, 23. April 2025 Edmund Weitz